ÉPÜLETDINAMIKA – FÖLDRENGÉSVÉDELEM

BME TARTÓSZERKEZET-REKONSTRUKCIÓS SZAKMÉRNÖKI KÉPZÉS

SEGÉDLET A VIZSGÁHOZ

ÖSSZEÁLLÍTOTTA: VETŐ DÁNIEL, 2019

1. Alapösszefüggések:

frekvencia: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \left[\frac{1}{s}\right]$

körfrekvencia: $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \quad \left[\frac{1}{s}\right]$

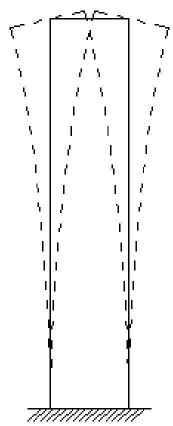
periódusidő: $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad [s]$

2. Rezgésidők számítása egyszerű síkbeli szerkezetekre:

2.1. végpontján egyetlen koncentrált tömeggel rendelkező konzol:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (ahol m a tömeg, k a konzol végpontjának eltolódási merevsége)

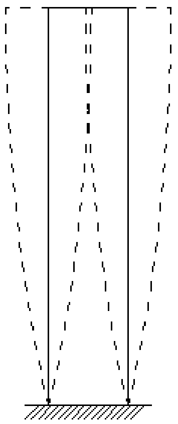
2.2. (merevítő-)falak rezgése, hajlítási rezgés:

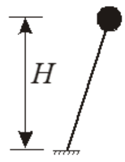
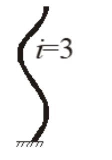


	H	$i=1$	$i=2$	$i=3$
ω_n	$\sqrt{\frac{3EI}{mH^3}}$	$\mu_{Bi}\sqrt{\frac{EI}{mH^3}}$		$\mu_{B1} = 3.52$ $\mu_{B2} = 22.03$ $\mu_{B3} = 61.7$
m^*	m	$0.61m$	$0.19\,m$	$0.065\,m$

(ahol E a rugalmassági modulus, I a fal (mint rúd) inerciája, m a teljes tömeg, H a teljes magasság)

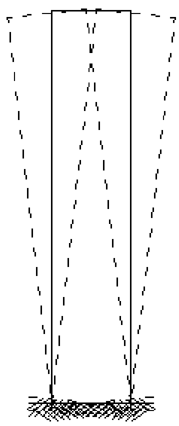
2.3. (merevítő-)falak rezgése, nyírási rezgés:



				
ω_n	$\sqrt{\frac{\hat{S}}{mH}}$	$\mu_{Si}\sqrt{\frac{\hat{S}}{mH}}$	$\mu_{S1}=0.5\pi$, $\mu_{S2}=1.5\pi$, $\mu_{S3}=2.5\pi$	
m^*	m	$0.81\ m$	$0.09\ m$	$0.032\ m$

(ahol m a teljes tömeg, H a teljes magasság, $\hat{S}$ a fal (mint rúd) nyírási merevsége, $\hat{S}=\frac{AG}{1{,}2}$, ahol A a fal (mint rúd) keresztmetszeti területe, G a nyírási rugalmassági modulus, $G=\frac{E}{2(1+\nu)}$, ahol E a rugalmassági modulus, ν a Poisson-tényező)

2.4. (merevítő-)falak rezgése, alapelfordulás hatása (közelítőleg):



talaj rugalmas ágyazási tényezője:

$$c=E_s\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{b}+\frac{1}{l}\right)$$

(ahol E_s a talaj összenyomódási modulusa, t az összenyomódó talajréteg vastagsága, b az alaptest szélessége, l az alaptest alaprajzi hossza)

alapozás elfordulási merevsége:

$$c_{rot}=c\frac{bl^3}{12}$$

saját-körfrekvencia:

$$\omega_n=\frac{\sqrt{3}}{H}\sqrt{\frac{c_{rot}}{m}}$$

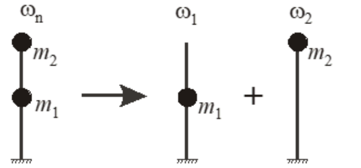
(ahol H a teljes magasság, m a teljes tömeg)

3. Összegzési tételek:

több szabadságfokú vagy különböző rezgésalakok szerint rezgő szerkezetek „eredő” rezgésidejének közelítő meghatározásához

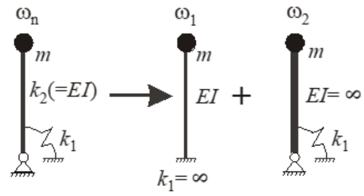
Tömegek összegzése (Dunkerley, 1894)

$$\frac{1}{\omega_n^2} \approx \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \qquad T_n^2 \approx T_1^2 + T_2^2$$



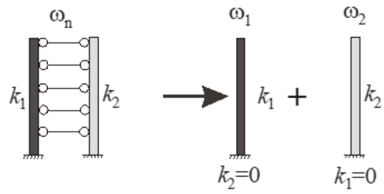
Merevségek szétválasztása
(Föppl stabilitásra)

$$\frac{1}{\omega_n^2} \approx \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \qquad T_n^2 \approx T_1^2 + T_2^2$$



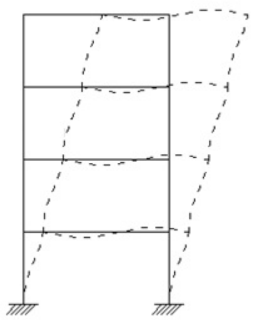
Gyámolítás hatása (Southwell, 1921)

$$\omega_n^2 \approx \omega_1^2 + \omega_2^2 \qquad \frac{1}{T_n^2} \approx \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$$



4. Rezgésidők számítása összetett síkbeli szerkezetekre:

4.1. keret rezgésidejének közelítő meghatározása (nyírási deformációt végző, egyenletes tömegeloszlású rúdként):



nyírási merevség reciproka:

$$1/\hat{S} = \frac{1}{\sum \frac{12 \cdot EI_b}{dh}} + \frac{1}{\sum \frac{12 \cdot EI_c}{h^2}}$$

(ahol E a rugalmassági modulus, I_b a gerenda inerciája, I_c az oszlop inerciája, d a keretoszlopok távolsága (fesztáv), h a keretgerendák távolsága (szintmagasság))

(megjegyzés: a Σ jel az „egy metszeten belüli” elemek összegzésére utal, jelen esetben egy gerenda és két oszlop vehető számításba) nyírási merevség:

$$\hat{S} = \frac{1}{1/\hat{S}}$$

első saját-körfrekvencia:

$$\omega_n = 0{,}5\pi\sqrt{\frac{\hat{S}}{mH}}$$

(ahol m a teljes tömeg, H a teljes magasság)

<u>4.2. keret rezgésidejének „pontos” meghatározása modálanalízissel (nyírási deformációt végző rúdként, a szintek pontos elhelyezkedését figyelembe véve):</u>

tömegmátrix:

$$\underline{\underline{m}} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

(ahol m_1, m_2, m_3, … m_n az egyes szintek tömegei (lentről felfelé))

merevségi mátrix:

$$\underline{\underline{k}} = \frac{\hat{S}}{h}\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(ahol $\hat{S}$ a nyírási merevség a 4.1. fejezet szerint kiszámítva,
h egyetlen szint magassága)

szabad rezgés egyenlete:

$$\underline{\underline{k}} \cdot \underline{u} + \underline{\underline{m}} \cdot \underline{\ddot{u}} = \underline{0}$$

a megoldás sajátérték-számítás segítségével határozható meg:

$$\left(\underline{\underline{k}} - \omega_n^{\,2}\,\underline{\underline{m}}\right)\underline{\phi} = 0$$

$$\det\left(\underline{\underline{k}} - \omega_n{}^2 \underline{\underline{m}}\right) = 0$$

(ahol ω_n a saját-körfrekvencia, $\underline{\phi}$ a rezgésalakot leíró sajátvektor (mind ω_n-re, mind $\underline{\phi}$-re a szerkezet szabadságfokainak számával megegyező számú megoldást kapunk))

modálmátrix:

$$\underline{\underline{\Phi}} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{21} & \cdots & \phi_{n1} \\ \phi_{12} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1n} & \phi_{2n} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix}$$

(a modálmátrix egyes oszlopai a rezgésalakokat leíró vektorok)

spektrálmátrix:

$$\underline{\underline{\Omega^2}} = \begin{bmatrix} \omega_{n1}{}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_{n2}{}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{nn}{}^2 \end{bmatrix}$$

(a spektrálmátrix főátlóbeli elemei a saját-körfrekvenciák négyzetei)

effektív modális tömegek:

$$m^*{}_j = \frac{\left(\sum m_i \phi_i\right)^2}{\sum m_i \phi_i{}^2}$$

(ahol $m^*{}_j$ a j-edik rezgésalakhoz tartozó effektív modális tömeg, m_i az egyes szintek tömege, ϕ_i az adott rezgésalak vektorának megfelelő szinthez tartozó eleme, az összegzés az épület szintjeire vonatkozik)

egyes rezgésalakok tömegrészesedése:

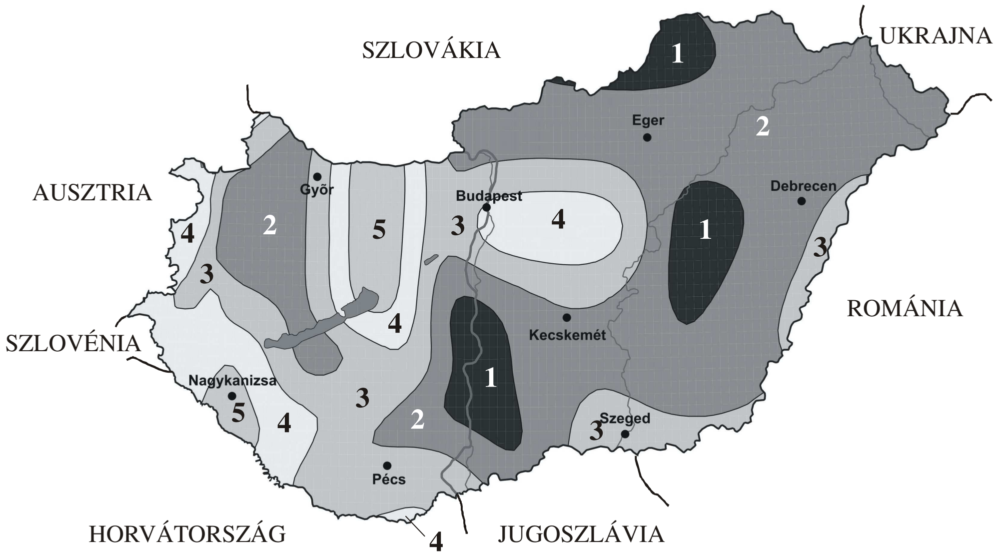
$$\frac{m^*{}_j}{\sum m_i}$$

(ahol $m^*{}_j$ a j-edik rezgésalakhoz tartozó effektív modális tömeg, $\sum m_i$ a teljes szerkezet tömege)

5. Válaszspektrum-módszer:

5.1. tervezési gyorsulási válaszspektrum(ok) meghatározása a szerkezet rezgésideje(i) alapján

Magyarország földrengési zónáinak térképe:



az egyes földrengési zónákra vonatkozóan előírt talajgyorsulás referenciaértéke:

zóna	a_{gR}
1. zóna	0,08 g
2. zóna	0,10 g
3. zóna	0,12 g
4. zóna	0,14 g
5. zóna	0,15 g

(ahol g a nehézségi gyorsulás, értéke 9,81 m/s^2)

talajgyorsulás:

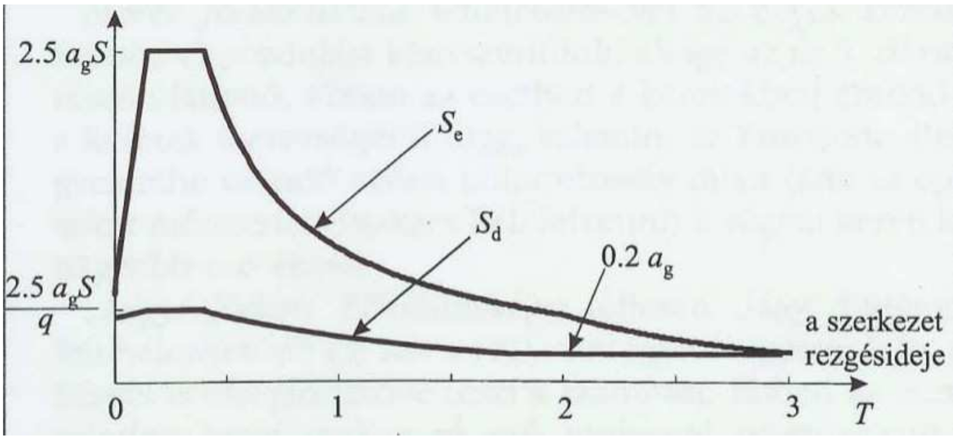
$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$$

(ahol a_g a sziklán megadott talajgyorsulás, a_{gR} a talajgyorsulás referenciaértéke, γ_I a fontossági tényező, értéke átlagos épületek esetén 1,0)

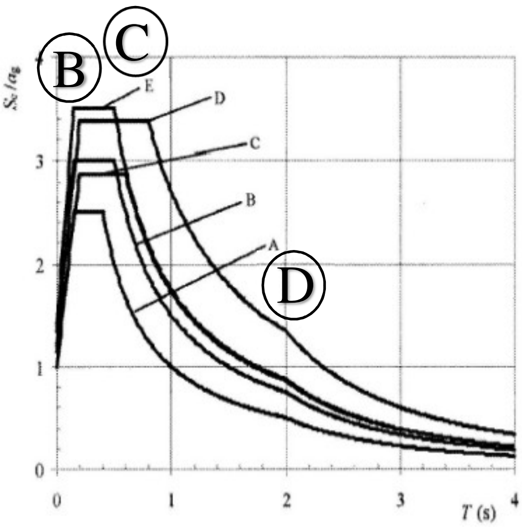
viselkedési tényező:

q (értéke általában 1,5-re vehető)

az S_e rugalmas válaszspektrum és az S_d tervezési válaszspektrum a szerkezet rezgésidejének függvényében ábrázolva:



a különböző talajosztályokra vonatkozó válaszspektrum-görbék (a töréspontok jelölésével):



a különböző talajosztályokhoz tartozó talajszorzók, illetve a válaszspektrum-görbék töréspontjaihoz tartozó rezgésidők értékei:

<table>
<tr><th>talajosztály</th><th>S</th><th>T_B</th><th>T_C</th><th>T_D</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1,0</td><td>0,15</td><td>0,4</td><td rowspan="5">2,0</td></tr>
<tr><td>B</td><td>1,2</td><td>0,15</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>C</td><td>1,15</td><td>0,2</td><td>0,6</td></tr>
<tr><td>D</td><td>1,35</td><td>0,2</td><td>0,8</td></tr>
<tr><td>E</td><td>1,4</td><td>0,15</td><td>0,5</td></tr>
</table>

(ahol S a talajszorzó, T_B, T_C, T_D válaszspektrum-görbék töréspontjaihoz tartozó rezgésidők) tervezési gyorsulási válaszspektrum értékei:

rezgésidő szerinti tartomány	S_d
$0 \leq T \leq T_B$	$a_g S\left[\frac{2}{3}+\frac{T}{T_B}\left(\frac{2,5}{q}-\frac{2}{3}\right)\right]$
$T_B \leq T \leq T_C$	$a_g S\frac{2,5}{q}$
$T_C \leq T \leq T_D$	$\max\left\{a_g S\frac{2,5}{q}\frac{T_C}{T};0,2a_g\right\}$
$T_D \leq T$	$\max\left\{a_g S\frac{2,5}{q}\frac{T_C T_D}{T^2};0,2a_g\right\}$

5.2. földrengési hatás figyelembevétele modálanalízis segítségével:

modálmátrix, spektrálmátrix meghatározása (4.2. fejezet szerint)

rezgésalakok, rezgésidők meghatározása (4.2. fejezet szerint)

effektív modális tömegek meghatározása (4.2. fejezet szerint)

tervezési gyorsulási válaszspektrumok meghatározása (5.1. fejezet szerint)

alapnyíróerők meghatározása:

$$F_{bj} = m^*{}_j \cdot S_{dj}$$

(ahol $m^*{}_j$ a j-edik rezgésalakhoz tartozó effektív modális tömeg, S_{dj} a tervezési gyorsulási válaszspektrum)

földrengésterhek meghatározása:

$$p_{ji} = m_i\phi_i \frac{\sum m_i\phi_i}{\sum m_i\phi_i^2} S_{dj}$$

(ahol m_i az egyes szintek tömege, ϕ_i az adott rezgésalak vektorának megfelelő szinthez tartozó eleme, S_{dj} a tervezési gyorsulási válaszspektrum, az összegzés az épület szintjeire vonatkozik)

(megjegyzés: egy adott rezgésalakhoz tartozó földrengésterhek előjeles összege az alapnyíróerővel egyezik meg (a szerkezet egyensúlyban van)) helyettesítő nyíróerők meghatározása:

$$F_{ji} = \sum_{i}^{n} p_{ji}$$

(azaz egy adott rezgésalaknál egy adott szinten a helyettesítő nyíróerő megegyezik a fölötte lévő szintek földrengésterheinek előjeles összegével)

helyettesítő nyíróerők összegzése (SRSS összegzés):

$$F_i = \sqrt{\sum_{1}^{n} p_{ji}^{\ 2}}$$

(azaz egy adott szinten az összes rezgésalakhoz tartozó helyettesítő nyíróerők négyzetének összegéből gyököt vonva kapjuk meg a mértékadó helyettesítő nyíróerőt)

5.3. földrengési hatás figyelembevétele helyettesítő terhek módszerével:

modálmátrix, spektrálmátrix meghatározása (4.2. fejezet szerint)

első rezgésalak és ahhoz tartozó rezgésidő meghatározása (4.2. fejezet szerint)

teljes szerkezet tömegének figyelembevétele

az első rezgésalakhoz tartozó tervezési gyorsulási válaszspektrum meghatározása (5.1. fejezet szerint)

alapnyíróerő meghatározása:

$$F_b = m \cdot S_d$$

(ahol m a teljes szerkezet tömege, S_d a tervezési gyorsulási válaszspektrum)

földrengésterhek meghatározása:

$$p_i = \frac{H_i m_i}{\sum H_i m_i} F_b$$

(ahol H_i az adott szint magassági értéke a talajszinthez képest, m_i az egyes szintek tömege, F_b az alapnyíróerő, az összegzés az épület szintjeire vonatkozik)

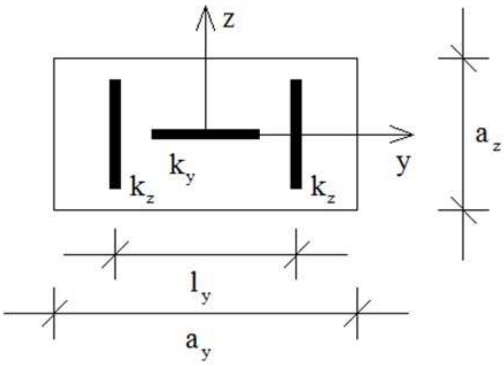
(megjegyzés: a földrengésterhek összege az alapnyíróerővel egyezik meg (a szerkezet egyensúlyban van)) helyettesítő nyíróerők meghatározása:

$$F_i = \sum_i^n p_i$$

(azaz egy adott szinten a helyettesítő nyíróerő megegyezik a fölötte lévő szintek földrengésterheinek összegével)

6. Rezgésidők számítása egyszerű térbeli szerkezetekre:

6.1. három merevítőfallal merevített egyszintes, kétszeresen szimmetrikus szerkezet rezgésideje:



merevségi mátrix:

$$\underline{\underline{k}} = \begin{bmatrix} k_y & 0 & 0 \\ 0 & 2k_z & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{l_y}{2}\right)^2 2k_z \end{bmatrix}$$

(ahol k_y és k_z a merevítőfalak y és z irányú merevségei, l_y a z irányú merevítőfalak egymástól való távolsága)

tömegmátrix:

$$\underline{\underline{m}} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{a_y^2 + a_z^2}{12} \end{bmatrix}$$

(ahol m a födémtárcsa tömege, a_y és a_z a téglalap alaprajzú födémtárcsa oldalhosszai) modálmátrix:

$$\underline{\underline{\Phi}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

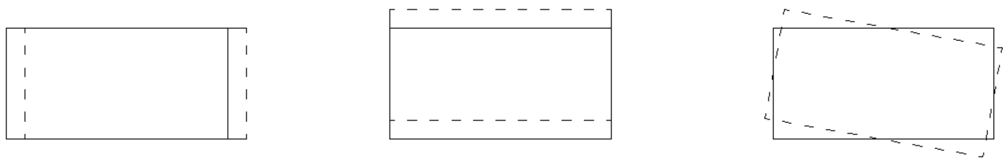
(a modálmátrix egyes oszlopai a rezgésalakokat leíró vektorok)

spektrálmátrix:

$$\underline{\underline{\Omega}}^2 = \begin{bmatrix} \omega_{n1}^{\ 2} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^{\ 2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{n3}^{\ 2} \end{bmatrix}$$

(a spektrálmátrix főátlóbeli elemei a saját-körfrekvenciák négyzetei)

rezgésalakok:



(ennél az esetnél mindig ez a 3 rezgésalak adódik: tiszta eltolódások, illetve tiszta elcsavarodás, ahogy ezt a modálmátrix is mutatja)

effektív modális tömegek: az eltolódással járó rezgésalakok esetén az effektív modális tömeg megegyezik a födémtárcsa tömegével)

alapnyíróerő meghatározása:

$$F_b = m \cdot S_d$$

(ahol m a födémtárcsa tömege, S_d a tervezési gyorsulási válaszspektrum)

földrengésterhek meghatározása:

$$p_i = \frac{F_b}{n_i}$$

(ahol F_b az alapnyíróerő, ni az adott irányba eső merevítőfalak száma)

(megjegyzés: a földrengésterhek összege az alapnyíróerővel egyezik meg (a szerkezet egyensúlyban van))

6.2. három merevítőfallal merevített egyszintes, kétszeresen szimmetrikus szerkezet rezgésideje, a vétlen külpontosság közelítő figyelembevételével:

külpontosság figyelembevétele az erő külpontossága által:

$$\delta_i = 0{,}05 \cdot a_i$$

(ahol δ_i a külpontos erő karja (azaz a vétlen külpontosság), a_i a téglalap alaprajzú födémtárcsa nagyobbik oldalhossza)

(megjegyzés: elvileg mindkét irányban vizsgálni kell a külpontosságot, de általában a nagyobbik oldalhossz irányában vett külpontosság a mértékadó)

(a külpontosságból származó nyomaték ezután az egyensúly elve alapján szétosztható a merevítőfalakon)

külpontosság figyelembevétele az EC módosító tényezői által:

$$\delta_{i1} = 1 + 0{,}6 \frac{e_i}{l_y}$$

$$\delta_{i2} = 1 - 0{,}6 \frac{e_i}{l_y}$$

(ahol δ_{i1} és δ_{i2} a vétlen külpontosságot figyelembe vevő módosító tényezők, e_i a merevítőfalak távolsága a súlyponttól, l_y a z irányú merevítőfalak egymástól való távolsága)

(a merevítőfalakra jutó erők a vétlen külpontosságot figyelembe vevő megfelelő módosító tényezőkkel szorzandók)