

# Adatlap<sup>1</sup> témahirdetési javaslathoz a Csonka Pál Doktori Iskola Tanácsa részére

**Témavezető**<sup>2</sup> neve: Várkonyi Péter  
e-mail címe<sup>3</sup>: [vpeter@mit.bme.hu](mailto:vpeter@mit.bme.hu)

**Téma** címe: Billegő, ütköző és csúszó rendszerek stabilitása  
Stability of rocking, impacting, and slipping systems

A **téma** rövid leírása<sup>4</sup>:

A doktorandusz feladata olyan dinamikai problémák elemzése, melyeket egymással érintkező merev testekkel modellezhetünk. Ilyen például billegő tartószerkezetek földrengésvizsgálata vagy önálló mozgásra képes robotok lépéseinek tervezése. A kutatás fő célja mérnöki szempontból előnyös egyensúlyi helyzetek vagy mozgásformák stabilitásvizsgálata, illetve stabilizálása. Az érintkezési kölcsönhatások (súrlódás, ütközések) összetett dinamikus viselkedést eredményeznek, és emiatt egy nyugalomban lévő rendszer kis zavarásokkal szembeni stabilitásának (az ún. Lyapunov stabilitás) vizsgálatára sincsenek kidolgozott módszerek. A nagy zavarásokkal szembeni ellenállás pl. földrengéssel szembeni tervezés ennél is nehezebb kihívást jelent, emiatt a mérnöki gyakorlatban durva közelítő módszereket használnak. A hallgató feladata új stabilitási feltételek és tervezési eljárások kidolgozása, és alkalmazása mérnöki problémákra.

The aim of the project is to analyze the dynamics of mechanical systems modelled as rigid components in contact with one another. These problems include the earthquake design of rocking structures or the locomotion design of walking robots. The research focuses on stability analysis and active stabilization of equilibria or motion patterns on various engineering applications. Contact-induced interactions (friction, impacts) give rise to complex dynamical behavior, which makes traditional methods of local stability analysis inapplicable. Stability against large perturbations is an even tougher challenge, and thumb rules or crude approximations are in common use in engineering practice. The task of the student is to develop new stability

---

<sup>1</sup> Az adatlapot egy példányban kinyomtatva és aláírva a Szilárdságtani Tanszék titkárságára, elektronikus változatban pedig a Doktori Iskola titkárának (Kóródy Anna, [korody@eik.bme.hu](mailto:korody@eik.bme.hu)) kell eljuttatni. A témahirdetés elfogadása esetén az adatlap felkerül a Csonka Pál Doktori Iskola (<http://www.szt.bme.hu/index.php/oktatás/csonka-pál-doktori-iskola>), a témahirdetés rövid leírása pedig az Országos Doktori Tanács (<http://www.doktori.hu/>) honlapjára.

<sup>2</sup> A témahirdetés elfogadása automatikusan a témavezető akkreditációját is jelenti az azévi felvételi eljáráshoz.

<sup>3</sup> Kérjük, olyan elérhetőséget adjon meg, ahová biztonsággal küldhetünk hivatalos értesítéseket.

<sup>4</sup> A téma rövid leírása (szóközökkel) 1000-3000 leütés hosszú. A jelentkező hallgatókat bővebben tájékoztató változatot, (mely a téma fent megadott releváns nemzetközi irodalmára tételesen hivatkozik) kérjük a mellékletben megadni.

conditions, and design methodologies, and to apply them to engineering problems.

A **téma** meghatározó irodalma<sup>5</sup>:

- Posa, Michael, Mark Tobenkin, and Russ Tedrake. "Stability analysis and control of rigid-body systems with impacts and friction." *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.6 (2016): 1423-1437.
- Di Egidio, Angelo, Daniele Zulli, and Alessandro Contento. "Comparison between the seismic response of 2D and 3D models of rigid blocks." *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 13.1 (2014): 151-162.
- Dimitrakopoulos, Elias G., and Matthew J. DeJong. "Revisiting the rocking block: closed-form solutions and similarity laws." *Proc. R. Soc. A*. Vol. 468. No. 2144. The Royal Society, 2012.
- Leine, R. I., and N. Van De Wouw. "Stability properties of equilibrium sets of non-linear mechanical systems with dry friction and impact." *Nonlinear Dynamics* 51.4 (2008): 551-583.
- Pang, J-S., and J. Trinkle. "Stability characterizations of rigid body contact problems with coulomb friction." *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 80.10 (2000): 643-663.

A **téma** hazai és nemzetközi folyóiratai<sup>6</sup>:

- Nonlinear Dynamics
- J. Nonlinear Science
- International J. Solids and Structures
- International J. Robotics Research
- IEEE Transactions in Robotics
- IEEE Transactions in Automation Science and Engineering

A **témavezető** fenti folyóiratokban megjelent 5 közleménye:

- P L Várkonyi, Y Or, Lyapunov stability of a rigid body with two frictional contacts, *NONLINEAR DYNAMICS* (in press)
- Varkonyi PL, Domokos G Symmetry, optima and bifurcations in structural design, *NONLINEAR DYNAMICS* 43:(1-2) pp. 47-58. (2006)
- Varkonyi PL, Domokos G Static equilibria of rigid bodies: Dice, pebbles, and the Poincare-Hopf theorem *JOURNAL OF NONLINEAR SCIENCE* 16:(3) pp. 255-281. (2006)
- Varkonyi PL, Domokos G Imperfect symmetry: A new approach to structural optima via group representation theory, *INTERNATIONAL*

---

<sup>5</sup> Minimum 5, maximum 10 cikket vagy monográfiát kérünk felsorolni, amik között feltétlenül szerepelnie kell a legfrissebb, legismertebb eredményeknek.

<sup>6</sup> Minimum 5, maximum 10 folyóirat megadását kérjük, melyek között feltétlenül szerepelnie kell a PhD fokozatszerzés szempontjából elengedhetetlen (Scopus és/vagy Sci illetve Iconda minősítésű idegen nyelvű folyóiratoknak is. Kérjük, ezeket a periodikákat a felsorolásban jelöljék meg.

JOURNAL OF SOLIDS AND STRUCTURES 44:(14-15) pp. 4723-4741.  
(2007)

- Varkonyi P L Communication and collective consensus making in animal groups via mechanical interactions JOURNAL OF NONLINEAR SCIENCE 21: pp. 387-401. (2011)
- Várkonyi P L Estimating part pose statistics with application to industrial parts feeding and shape design: new metrics, algorithms, simulation experiments and datasets IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATION SCIENCE AND ENGINEERING 11:(3) pp. 658-667. (2014)

A **témavezető** utóbbi tíz évben megjelent 5 legfontosabb publikációja:

- A témavezető utóbbi tíz évben megjelent 5 legfontosabb publikációja:
- Marcell, G Horváth ; András, A Sipos ; Péter, L Várkonyi Shape of an elastica under growth restricted by friction INTERNATIONAL JOURNAL OF SOLIDS AND STRUCTURES 156-157 pp. 137-147. , 11 p. (2019)
- Baranyai, Tamás ; Várkonyi, Péter László Zeno chattering of rigid bodies with multiple point contacts NONLINEAR DYNAMICS 92 : 4 pp. 1857-1879. , 23 p. (2018)
- P L, Várkonyi ; Y, Or Lyapunov stability of a rigid body with two frictional contacts NONLINEAR DYNAMICS 88 : 1 pp. 363-393. , 31 p. (2017)
- Champneys, A R ; Varkonyi, P L The Painleve paradox in contact mechanics IMA JOURNAL OF APPLIED MATHEMATICS 81 : 3 pp. 538-588. , 51 p. (2016)
- Domokos, G ; Sipos, A ; Szabo, T ; Varkonyi, Pebbles, Shapes, and Equilibria MATHEMATICAL GEOSCIENCES 42 : 1 pp. 29-47. , 19 p. (2010)
- 

A **témavezető** eddigi doktoranduszai<sup>7</sup>:

(név/felvétel éve/abszolutórium megszerzésének éve/PhD fokozat éve)

- Baranyai Tamás/2013/-/-

Melléklet: a téma bővebb leírása

Budapest, 2017 02 27



Témavezető aláírása

---

<sup>7</sup> Kérjük, a témavezetési tevékenységre vonatkozó adatokat abban az esetben is adja meg, ha témavezetőként a DI már korábban akkreditálta.

# Billegő, ütköző és csúszó rendszerek stabilitása

PhD kutatási téma javaslat  
Várkonyi Péter László, BME Csonka Pál Doktori Iskola

A kutatási programban olyan mechanikai rendszereket vizsgálunk, melyek között súrlódás és ütközések léphetnek fel. A két fő kérdés ezekkel kapcsolatban az, hogy hogyan modellezhetők ezek a fizikai jelenségek, illetve hogyan írható le a rendszerek érintkezés hatására kialakuló dinamikus viselkedése. A témakiírás elsősorban az utóbbi típusú kérdésekre fókuszál.

A súrlódás és az ütközések egyszerű modelljeit évszázadok óta ismerik. Az ütközési szám fogalmát Newton és még korábban Leonardo da Vinci bevezette. A száraz súrlódás legnépszerűbb modellje pedig 17-18. századi fizikusokhoz köthető (C-A. de Coulomb és G. Amontons) [5]. Egyszerűségük ellenére ezek a modellek összetett dinamikai viselkedést okozhatnak. A súrlódás nem sima viselkedése mellett az ütközések hibrid dinamikai viselkedést okoznak, folytonos és ugrásszerű változások kombinációjával. A jellemző viselkedésformák között megfigyelhetők nem-sima átmenetek (megcsúszás, letapadás), pillanatszerű ugrások (ütközések), végtelen számú váltás vagy ugrás véges idő alatt (Zeno viselkedés) [17]), szingularitások (pl. végtelen nagyra növvő támaszerők [4]), valamint a megoldás nem-egyértelműsége vagy (látszólagos) nem-létezése (Painlevé paradoxonok [1]). Ezek a speciális tulajdonságok szokatlan vizsgálati módszereket igényelhetnek, és korlátozhatják a merev test modellek alkalmazhatóságát [13]. Ugyanakkor változatos alkalmazási lehetőségeik vannak a gépészet, űrkutatás, robotika és szerkezetdinamika területén.

A kutatás során két kérdésre keressük a választ. Keressük egyensúlyi helyzetek Lyapunov stabilitásának, azaz a kicsiny zavarásokkal szembeni stabilitás feltételeit, valamint vizsgáljuk nagy zavarások mellett mutatott viselkedést, és ennek alkalmazását földrengésálló szerkezetek tervezésére.

## Lokális stabilitás

A Lyapunov stabilitás egy olyan tulajdonság, amely egy rendszer állapotának végtelenül kicsiny (de azon belül tetszőleges jellegű) megzavarására adott választ jellemzi. A dinamikai rendszerek egyik fontos jellemzője, melyet széles körben használnak a robotikában -, [15], -. Ugyanakkor érintkezési kölcsönhatások esetén nincs kidolgozott módszer a Lyapunov stabilitás vizsgálatára. Gyakorlati feladatokban a mérnökök jellemzően önkényes feltételeket használnak helyette, ami gyakran vezet nem várt stabilitásvesztéshez -. Ez motiválta a témakiírót, hogy a kontakt dinamika egy modell problémájában keresse a stabilitás feltételeit [10] [16] [15]. A doktorandusz egyik feladata ennek a feltételnek a továbbfejlesztése lenne, olyan módon, hogy szélesebb körben alkalmazhatóvá váljék. Ehhez felhasználnánk az MIT egyik kutatócsoportja által javasolt automatikus stabilitási tesztet -, amely elméletben bármilyen rendszerre alkalmazható, de jelenlegi formájában csak kevés esetben ad választ a stabilitás kérdésre.

## Nem-lokális stabilitás és földrengésállóság

A billegő szerkezetek meglepő földrengésállósága régóta ismert [6]. A hagyományos épületszerkezetekkel ellentétben ezek felemelkedhetnek a talajtól, majd ütközhetnek azzal, amely jelentős mennyiségű energiát nyelhet el - [7] [14]. A földrengések nagy zavarást jelentenek a szerkezet számára, így a földrengésállóság követelménye szigorúbb a Lyapunov stabilitásénál. A szerkezetek viselkedését gyakran jellemzik ún. "rocking spectra" diagramokkal, amely a földmozgás egyes paramétereinek függvényében mutatja a szerkezet választ [9]. A közelmúltban ismerték fel a valódi 3D-s szerkezetek és a klasszikus, síkbeli modellek viselkedése közötti lényeges különbséget -. A kutatás célja olyan egyszerű modellek vizsgálata, amellyel egy három

dimenziós szerkezet "rocking spectrum"-a előállítható, és a már ismert numerikus eredmények magyarázhatóak. Ezen kívül tervezzük olyan nem szokványos tervezési eszközök vizsgálatát, mellyel a földrengésállóság javítható.

- [1] Champneys, Alan R., and Péter L. Várkonyi. "The Painlevé paradox in contact mechanics." *IMA Journal of Applied Mathematics* 81.3 (2016): 538-588.
- [2] Di Egidio, Angelo, Daniele Zulli, and Alessandro Contento. "Comparison between the seismic response of 2D and 3D models of rigid blocks." *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 13.1 (2014): 151-162.
- [3] Dimitrakopoulos, Elias G., and Matthew J. DeJong. "Revisiting the rocking block: closed-form solutions and similarity laws." Proc. R. Soc. A. Vol. 468. No. 2144. The Royal Society, 2012.
- [4] Génot, Franck, and Bernard Brogliato (1999). "New results on Painlevé paradoxes". *European Journal of Mechanics A*. 18 (4): 653–678
- [5] Halliday, David, Jearl Walker, and Robert Resnick. *Fundamentals of Physics, Chapters 33-37*. John Wiley & Sons, 2010.
- [6] Housner, George W. "The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes." *Bulletin of the seismological society of America* 53.2 (1963): 403-417.
- [7] Koh, Aik-Siong, and Ghulani Mustafa. "Free rocking of cylindrical structures." *Journal of engineering mechanics* 116.1 (1990): 35-54.
- [8] Leine, R. I., and N. Van De Wouw. "Stability properties of equilibrium sets of non-linear mechanical systems with dry friction and impact." *Nonlinear Dynamics* 51.4 (2008): 551-583.
- [9] Makris, Nicos, and Dimitrios Konstantinidis. "The rocking spectrum and the limitations of practical design methodologies." *Earthquake engineering & structural dynamics* 32.2 (2003): 265-289.
- [10] Or, Yizhar, and Elon Rimon. "On the hybrid dynamics of planar mechanisms supported by frictional contacts. II: Stability of two-contact rigid body postures." *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*. IEEE, 2008.
- [11] Pang, J-S., and J. Trinkle. "Stability characterizations of rigid body contact problems with coulomb friction." *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 80.10 (2000): 643-663.
- [12] Posa, Michael, Mark Tobenkin, and Russ Tedrake. "Stability analysis and control of rigid-body systems with impacts and friction." *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.6 (2016): 1423-1437.
- [13] Stewart, David E. "Rigid-body dynamics with friction and impact." *SIAM review* 42.1 (2000): 3-39.
- [14] Ther, Tamás, and László P. Kollár. "Refinement of Housner's model on rocking blocks." *Bulletin of Earthquake Engineering*: 1-15.
- [15] Várkonyi, Péter L., and Yizhar Or. "Lyapunov stability of a rigid body with two frictional contacts." *Nonlinear dynamics*, in press.
- [16] Várkonyi, Péter L., David Gontier, and Joel W. Burdick. "On the Lyapunov stability of quasistatic planar biped robots." *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*. IEEE, 2012.
- [17] Zhang, Jun, et al. "Zeno hybrid systems." *International journal of robust and nonlinear control* 11.5 (2001): 435-451.

# Stability of rocking, impacting, and slipping systems

PhD research project proposal  
Péter Várkonyi, BME Csonka Pál Doctoral School

The aim of the research program is to examine mechanical systems, in which friction and impacts play a significant role. The two most important questions concerning such systems are: how to model contact induced phenomena, and how to describe the dynamic behavior induced by these phenomena. This proposal focuses on the latter question.

Simple models of friction and impacts have been known for centuries. The concept of the „coefficient of restitution” was introduced by Newton and even earlier by Leonardo da Vinci. The most popular model of dry friction was worked out by physicists of 17th-18th centuries (C-A. de Coulomb and G. Amontons) [5]. Despite their simplicity, such models induce complex dynamic behavior. Dry friction is inherently non-smooth, and impacts induce hybrid dynamics with continuous and instantaneous components.

Typical phenomena include non-smooth transitions (stick-slip and slip-stick), instantaneous jumps (impact), infinitely many switches within finite time intervals (Zeno behavior [17]), singularities, such as contact forces diverging to infinity[4], and non-uniqueness or apparent non-existence of a forward solution (Painlevé paradoxes [1]). these special properties call for special methods of analysis, and may pose limitations to the application of physical models based on rigid body theory [13]. At the same time, such problems have numerous applications in mechanical engineering, robotics, and structural dynamics.

We pose two principal research questions. We seek conditions of Lyapunov stability of equilibrium configurations, and we examine the behavior of systems under large perturbations. The latter is applied to earthquake design of structures.

## Local stability

„Lyapunov stability” is a property that involves appropriate behavior of a system in the presence of sufficiently small perturbations. This concept is widely used in robotics -, [15], -. At the same time, there is no general strategy for testing Lyapunov stability in the presence of contacts. Engineers tend to use a priori conditions instead, which may lead to unexpected destabilization -.

This fact motivated me to analyze a model system, and to develop conditions of Lyapunov stability [10] [16] [15]. The task of a PhD student will be to make these conditions applicable to a wider class of systems. He/she could use an automated stability test recently developed by a research group at MIT -, which is theoretically applicable to any system, but in its present form does not give a definite answer in many important cases.

## Non-local stability and earthquake resistance

Rocking structures have been known for long to be highly earthquake-resistant [6]. In contrast to traditional structures, they may lift off the ground and impact again, which absorbs significant amount of kinetic energy - [7] [14]. Earthquakes represent large perturbations for these structures, therefore the question of earthquake resistance goes beyond that of Lyapunov stability.

The behavior of rocking structures can be characterized by “rocking spectra”, which show how the response of the structure depends on characteristic properties of an earthquake [9]. The important

difference between classical 2D models of rocking, and real 3D structures was not realized until recently -. The goal of the research is to analyze simple models, that can explain the observed rocking spectra of three dimensional structures, and can predict their behavior. We also plan to examine unconventional methods to improve earthquake resistance.

- [1] Champneys, Alan R., and Péter L. Várkonyi. "The Painlevé paradox in contact mechanics." *IMA Journal of Applied Mathematics* 81.3 (2016): 538-588.
- [2] Di Egidio, Angelo, Daniele Zulli, and Alessandro Contento. "Comparison between the seismic response of 2D and 3D models of rigid blocks." *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 13.1 (2014): 151-162.
- [3] Dimitrakopoulos, Elias G., and Matthew J. DeJong. "Revisiting the rocking block: closed-form solutions and similarity laws." *Proc. R. Soc. A. Vol. 468. No. 2144.* The Royal Society, 2012.
- [4] Génot, Franck, and Bernard Brogliato (1999). "New results on Painlevé paradoxes". *European Journal of Mechanics A.* 18 (4): 653–678
- [5] Halliday, David, Jearl Walker, and Robert Resnick. *Fundamentals of Physics, Chapters 33-37.* John Wiley & Sons, 2010.
- [6] Housner, George W. "The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes." *Bulletin of the seismological society of America* 53.2 (1963): 403-417.
- [7] Koh, Aik-Siong, and Ghulani Mustafa. "Free rocking of cylindrical structures." *Journal of engineering mechanics* 116.1 (1990): 35-54.
- [8] Leine, R. I., and N. Van De Wouw. "Stability properties of equilibrium sets of non-linear mechanical systems with dry friction and impact." *Nonlinear Dynamics* 51.4 (2008): 551-583.
- [9] Makris, Nicos, and Dimitrios Konstantinidis. "The rocking spectrum and the limitations of practical design methodologies." *Earthquake engineering & structural dynamics* 32.2 (2003): 265-289.
- [10] Or, Yizhar, and Elon Rimon. "On the hybrid dynamics of planar mechanisms supported by frictional contacts. II: Stability of two-contact rigid body postures." *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on.* IEEE, 2008.
- [11] Pang, J-S., and J. Trinkle. "Stability characterizations of rigid body contact problems with coulomb friction." *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 80.10 (2000): 643-663.
- [12] Posa, Michael, Mark Tobenkin, and Russ Tedrake. "Stability analysis and control of rigid-body systems with impacts and friction." *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.6 (2016): 1423-1437.
- [13] Stewart, David E. "Rigid-body dynamics with friction and impact." *SIAM review* 42.1 (2000): 3-39.
- [14] Ther, Tamás, and László P. Kollár. "Refinement of Housner's model on rocking blocks." *Bulletin of Earthquake Engineering:* 1-15.
- [15] Várkonyi, Péter L., and Yizhar Or. "Lyapunov stability of a rigid body with two frictional contacts." *Nonlinear dynamics,* in press.
- [16] Várkonyi, Péter L., David Gontier, and Joel W. Burdick. "On the Lyapunov stability of quasistatic planar biped robots." *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on.* IEEE, 2012.
- [17] Zhang, Jun, et al. "Zeno hybrid systems." *International journal of robust and nonlinear control* 11.5 (2001): 435-451.